

Esercizio n.16

Due cariche $q_1=8q$ e $q_2=-2q$ sono poste sull'asse x a distanza $L=20$ cm.

Calcolare i punti dell'asse x in cui

- Il potenziale elettrico è nullo
- Il campo elettrico è nullo

Soluzione:

Scegliamo il sistema di riferimento con origine sulla carica q_1 .

Il potenziale in un punto generico $P \equiv (x,0)$ dell'asse x , per il principio di sovrapposizione, vale:

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{q_1}{|x|} + \frac{q_2}{|x-L|} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{8q}{|x|} + \frac{-2q}{|x-L|} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_o} \left(\frac{4}{|x|} - \frac{1}{|x-L|} \right)$$

$V(P)=0$ quando

$$\frac{4}{|x|} - \frac{1}{|x-L|} = 0 \Rightarrow \frac{4}{|x|} = \frac{1}{|x-L|} \quad (1)$$

Per risolvere la (1) bisogna distinguere i vari casi, tenendo conto della definizione della funzione modulo

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}:$$

- se $x > L$, cioè se P è a destra di q_2 come in figura, allora la (1) diventa

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{x-L} \Rightarrow x = \frac{4}{3}L = 26,67 \text{ cm}$$

- se $0 < x < L$, cioè se P si trova tra q_1 e q_2 , allora la (1) diventa

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{-(x-L)} \Rightarrow x = \frac{4}{5}L = 16 \text{ cm}$$

- se $x < 0$, cioè se P si trova a sinistra di q_1 , allora la (1) diventa

$$\frac{4}{-x} = \frac{1}{-(x-L)} \Rightarrow x = \frac{4}{3}L = 26,67 \text{ cm}$$

che non è una soluzione possibile perché non verifica la condizione $x < 0$: quindi a sinistra di q_1 il potenziale non si annulla mai, come è facile capire tenendo conto che il potenziale della carica $8q$ ha in questa zona valore sempre maggiore del valore assoluto del potenziale della carica $-2q$.

In un punto generico $P \equiv (x,0)$ dell'asse x , il campo elettrostatico generato dalle due cariche è diretto come l'asse x e vale

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{q_1}{|x|^2} + \frac{q_2}{|x-L|^2} \right) \hat{u}_x = \frac{q}{2\pi\epsilon_o} \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{|x-L|^2} \right) \hat{u}_x$$

dove \hat{u}_x è il versore dell'asse x .

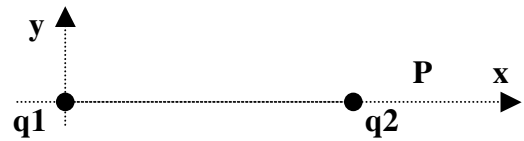
Per calcolare il suo modulo bisogna distinguere le tre regioni, quella a sinistra di q_1 , quella tra q_1 e q_2 e quella a destra di q_2 , in quanto occorre tener conto della natura vettoriale del campo elettrostatico e sommare i campi generati dalle due cariche in maniera appropriata.

In un punto $P \equiv (x,0)$ a sinistra di q_1 (dove $x < 0$), il campo elettrostatico della carica q_1 ha verso opposto all'asse x mentre quello della carica q_2 ha verso uguale a quello dell'asse x ; il campo elettrostatico complessivo vale quindi:

$$E(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{q_1}{(-x)^2} + \frac{q_2}{(-x+L)^2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_o} \left(\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^2 + L^2 - 2xL} \right) \quad (2)$$

Il campo è nullo quando

$$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{x^2 + L^2 - 2xL} \Rightarrow \begin{cases} x = L/3 \\ x = L \end{cases}$$



Entrambe queste soluzioni non sono accettabili poiché non verificano la condizione $x < 0$; in altre parole a sinistra di q_1 il campo non è mai nullo, essendo il campo di q_1 in modulo sempre maggiore di quello di q_2 .